

3. (a) Find all the asymptotes of the curve :

$$y^3 - x^2y - 2xy^2 + 2x^3 - 7xy + 3y^2 + 2x^2 + 2x + 2y + 1 = 0$$

वर्ग $y^3 - x^2y - 2xy^2 + 2x^3 - 7xy + 3y^2 + 2x^2 + 2x + 2y + 1 = 0$ के सभी एसिम्पटोट ज्ञात कीजिए ।

- (b) Find the points of inflexion on the curve

$$y(a^2 + x^2) = x^3.$$

वक्र $y(a^2 + x^2) = x^3$ पर मोड़ बिन्दु ज्ञात कीजिए ।

4. (a) Find a reduction formula for

$$\int \frac{x^m}{(\log x)^n} dx.$$

$\int \frac{x^m}{(\log x)^n} dx$ के लिए अपचयन सूत्र ज्ञात कीजिए ।

Roll No.

Exam Code : J-19

Subject Code—0958

B. A. (First Year) EXAMINATION

(For Batch 2018 Onwards)

CALCULUS AND ORDINARY
DIFFERENTIAL EQUATION

BA107

Paper II

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 18/21

Note : Q. No. 1 is compulsory. Attempt *Five* questions in all including Q. No. 1. All questions carry equal marks.

प्रश्न क्र. 1 अनिवार्य है । प्रश्न क्र. 1 अनिवार्य सहित कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए । सभी प्रश्नों के अंक समान हैं ।

(Compulsory Question)

(अनिवार्य प्रश्न)

1. (a) Find the n th differential coefficient of $\log(ax + x^2)$.

$\log(ax + x^2)$ का n वां अवकलनीय निर्देशांक ज्ञात कीजिए ।

- (b) Find the area bounded by the curve $y = x^3$, x -axis and the line $x = 1$ and $x = 4$.

वक्र $y = x^3$, x -अक्ष तथा रेखा $x = 1$ एवं $x = 4$ द्वारा परिबद्ध क्षेत्र ज्ञात कीजिए ।

- (c) Find the integrating factor for the differential equation :

$$(x^2y - 2xy^2)dx - (x^3 - 3x^2y)dy = 0$$

अवकलनीय समीकरण :

$$(x^2y - 2xy^2)dx - (x^3 - 3x^2y)dy = 0$$

के लिए समेकन गुणांक ज्ञात कीजिए ।

- (d) Obtain the condition if $y = x^2$ is a solution

$$\text{of } \frac{d^2y}{dx^2} + P\frac{dy}{dx} + Qy = 0.$$

यदि $y = x^2$, $\frac{d^2y}{dx^2} + P\frac{dy}{dx} + Qy = 0$ का हल है तो स्थिति ज्ञात कीजिए ।

2. (a) If $x = a(\cos \theta + \theta \sin \theta)$;
 $y = a(\sin \theta - \theta \cos \theta)$,

$$\text{prove that } a\theta \frac{d^2y}{dx^2} = \sec^3 \theta.$$

$$\text{यदि } x = a(\cos \theta + \theta \sin \theta);$$
$$y = a(\sin \theta - \theta \cos \theta),$$

$$\text{तो सिद्ध कीजिए कि } a\theta \frac{d^2y}{dx^2} = \sec^3 \theta \quad |$$

- (b) Obtain the expansion of $\log(1 + e^x)$ to the term containing x^4 using Maclaurin's theorem.

मैक्लॉरिन प्रमेय का प्रयोग करते हुए $\log(1 + e^x)$ के लिए x^4 युक्त पद का विस्तार प्राप्त कीजिए ।

9. (a) Solve the following equation by the method of variation of parameters :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = x$$

पैरामीटर के परिवर्तन की विधि द्वारा निम्नलिखित समीकरण हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = x$$

- (b) Solve the following simultaneous

equations $\frac{dx}{dt} - 7x + y = 0$; and

$$\frac{dy}{dt} - 2x - 5y = 0.$$

निम्नलिखित युगपत् समीकरण हल कीजिए :

$$\frac{dx}{dt} - 7x + y = 0; \quad \frac{dy}{dt} - 2x - 5y = 0.$$

- (b) Find the whole length of the loop of the curve $3ay^2 = x^2(a - x)$.

वक्र $3ay^2 = x^2(a - x)$ के लूप की पूर्ण लम्बाई ज्ञात कीजिए ।

5. (a) Find the area of the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ का क्षेत्र ज्ञात कीजिए ।

- (b) Find the volume of the solid generated by revolving the curve $2ay^2 = x(x - a)^2$ about the x -axis.

x -अक्ष के लगभग वक्र $2ay^2 = x(x - a)^2$ के घूर्णन द्वारा उत्पन्न ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए ।

6. (a) Solve :

$$(x^4 - 2xy^2 + y^4)dx - (2x^2y - 4xy^3 + \sin y)dy = 0$$

हल कीजिए :

$$(x^4 - 2xy^2 + y^4)dx - (2x^2y - 4xy^3 + \sin y)dy = 0$$

(b) Find the orthogonal trajectories of

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2 + \lambda} = 1, \text{ where } \lambda \text{ is a parameter.}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2 + \lambda} = 1, \text{ के ऑर्थोगोनल प्रक्षेपवक्र ज्ञात}$$

कीजिए जहाँ, λ पैरामीटर है ।

7. (a) Solve :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = \cosh x$$

हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = \cosh x$$

(b) Solve :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 3x \frac{dy}{dx} + 5y = \sin(\log x)$$

हल कीजिए :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 3x \frac{dy}{dx} + 5y = \sin(\log x)$$

8. (a) Solve :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2(1 + 4e^{2x})\frac{dy}{dx} + 4ye^{4x} = e^{6x}$$

हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2(1 + 4e^{2x})\frac{dy}{dx} + 4ye^{4x} = e^{6x}$$

(b) Solve :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2 \tan x \frac{dy}{dx} + y = 0$$

हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2 \tan x \frac{dy}{dx} + y = 0$$